

# Codage - Images

Emmanuel Jeandel (emmanuel.jeandel@lif.univ-mrs.fr)  
<http://www.lif.univ-mrs.fr/~ejeandel/enseignement.html>

22 février 2011

## Filtres de convolution

Un filtre de convolution consiste à transformer chaque point de l'image en une combinaison linéaire des points voisins.

Un filtre est représenté par une matrice (dans cet exemple  $3 \times 3$ ) :

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_4 & x_5 & x_6 \\ x_7 & x_8 & x_9 \end{pmatrix}$$

Si on note  $P[x, y]$  la couleur du pixel  $(x, y)$ , sa nouvelle couleur sera alors

$$Q[x, y] = x_1P[x-1, y-1] + x_2P[x, y-1] + x_3P[x+1, y-1] + \dots + x_9P[x+1, y+1]$$

Soit  $M$  la matrice. On suppose qu'elle est centrée en 0 c'est à dire que les lignes vont de  $-i$  à  $i$  et les colonnes de  $-j$  à  $j$  (dans l'exemple  $i = j = 1$ ). La matrice  $M$  s'appelle souvent noyau du filtre de convolution.

**Q 1)** Réécrire  $Q[x, y]$  en fonction de  $P$  et de  $M$ .

**Q 2)** Calculer en fonction de  $i, j, n, m$  le nombre d'additions et de multiplications nécessaires pour traiter une image  $n \times m$

**Q 3)** Ecrivez la matrice  $3 \times 3$  correspondant au noyau

- Qui ne fait rien
- Qui décale l'image d'un pixel vers la gauche
- Qui décale l'image d'un pixel vers le bas

Voici un premier exemple de noyau

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

**Q 4)** Que fait, intuitivement ce noyau ?

**Q 5)** Montrer qu'appliquer ce noyau revient à appliquer un noyau horizontal puis un noyau vertical. Calculer le gain en additions et multiplications par cette méthode.

On appelle cette méthode le filtre moyen.

**Q 6)** Reliez les noyaux suivants à leur “fonction” :

- Noyau gradient : Permet de repérer les variations de niveaux de gris suivant un axe (perpendiculaire à l’axe de symétrie du noyau)
- Noyau Laplacien : Repère les variations de niveaux de gris, mais n’est pas directionnel.
- Noyau de lissage : atténue les variations de lumière
- Noyau de Sobel : permet de détecter les contours verticaux

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Q 7)** Appliquer les 5 filtres sur l’image suivante

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 100 & 100 & 100 \end{pmatrix}$$

**Q 8)** Quel est le défaut du filtre moyen sur l’image précédente ?

**Q 9)** Imaginer une façon de faire qui permet d’éliminer le bruit, au lieu de l’étaler.

**Q 10)** On remplace dans la formule de convolution la somme par un opérateur maximum. Que fait maintenant la matrice suivante ?

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

## Changement d'échelle

**Q 11)** Quelle est la manière la plus facile pour doubler la taille d'une image? Quel est son inconvénient? Proposer d'autres manières.

On s'intéresse ici, pour simplifier, uniquement à doubler la résolution horizontale

Les méthodes d'interpolation fonctionnent de la façon suivante. Soit  $P[x, y]$  l'image. Pour trouver la valeur de  $Q[x_0, y_0]$ , on essaie de trouver une approximation de la fonction  $f(x) = P[x/2, y_0]$  comme un polynôme de degré  $d$  autour de  $x_0$ .

**Q 12)** Effectuer la méthode pour  $d = 0, d = 1$  sur l'image suivante

$$(100 \ 80 \ 60 \ 40 \ 20 \ 0 \ 30 \ 100 \ 200)$$

**Q 13)** Même question avec  $d = 2$ .

Pour  $d = 1$ , la méthode s'appelle interpolation linéaire. Pour  $d = 3$ , interpolation cubique.

**Q 14)** L'interpolation bilinéaire correspond à faire la même chose que l'interpolation linéaire, mais en 2 dimensions. Expliquer comment ça marche, et essayez sur l'exemple suivant

$$\begin{pmatrix} 0 & 20 & 50 & 90 \\ 20 & 40 & 70 & 110 \\ 50 & 70 & 100 & 140 \\ 90 & 110 & 140 & 180 \end{pmatrix}$$

**Q 15)** Essayer l'interpolation bilinéaire lorsque on veut tripler la taille de l'image (resp. la multiplier par 1.5, la diviser par 1.5)