

Reconnaissance des formes

Epreuve correspondant au cours de Marie-Odile Berger
Documents distribués en cours autorisés

1 Analyse en composantes principales

On se place dans le cadre classique de reconnaissance à partir d'exemples: étant donné un ensemble de formes exemples disponibles sur un objet, reconnaître si une nouvelle forme peut être considérée comme une instance de cet objet. Les formes sont représentées par des vecteurs de R^n . Le modèle de l'objet est construit en utilisant une analyse en composantes principales. On note \bar{m} la forme moyenne, u_i les composantes principales et λ_i la variance de la i^{ieme} composante. On note p le nombre de composantes retenues.

Etant donnée une nouvelle forme x , on cherche à savoir si cette forme peut être considérée comme une instance de l'objet.

1. Une méthode couramment utilisée est de décider que x est une instance de l'objet si les projections de $x - \bar{m}$ sur chaque composante u_i appartiennent à l'intervalle $[-3\sqrt{\lambda_i}, 3\sqrt{\lambda_i}]$. Quelle est la justification de cette méthode? Si on considère que la distribution suivie par les composantes est gaussienne, quelle méthode, plus élaborée, peut-on proposer?
2. Le graphique ci-dessous (Fig. 1) fournit la projection de l'ensemble des exemples sur les deux premières composantes principales obtenues. On considère quatre formes dont on veut tester l'appartenance au modèle. Leurs projections sur les deux premières composantes sont notées 1, 2, 3 et 4 sur le graphique. Au vu du graphique, parmi ces points, lesquels devraient être considérés comme une instance de l'objet? lesquels devraient être rejetés? Obtient-on ce résultat en utilisant les méthodes définies plus haut? A quoi est dû ce problème? Comment peut-on améliorer ces résultats?

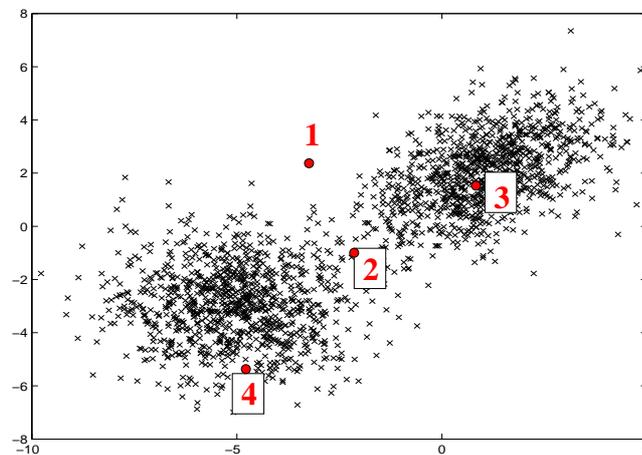


Figure 1: Projection des données sur les deux premières composantes principales

2 Estimation

On souhaite estimer l'équation d'un plan vectoriel \mathcal{P} à partir d'un ensemble de points 3D $P_i = (x_i, y_i, z_i)_{\{1 \leq i \leq n\}}$ acquis par un capteur. Soit

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (1)$$

l'équation de \mathcal{P} . On note $V = (a, b, c, d)^t$, L'objectif de l'exercice est de déterminer V sous différentes hypothèses.

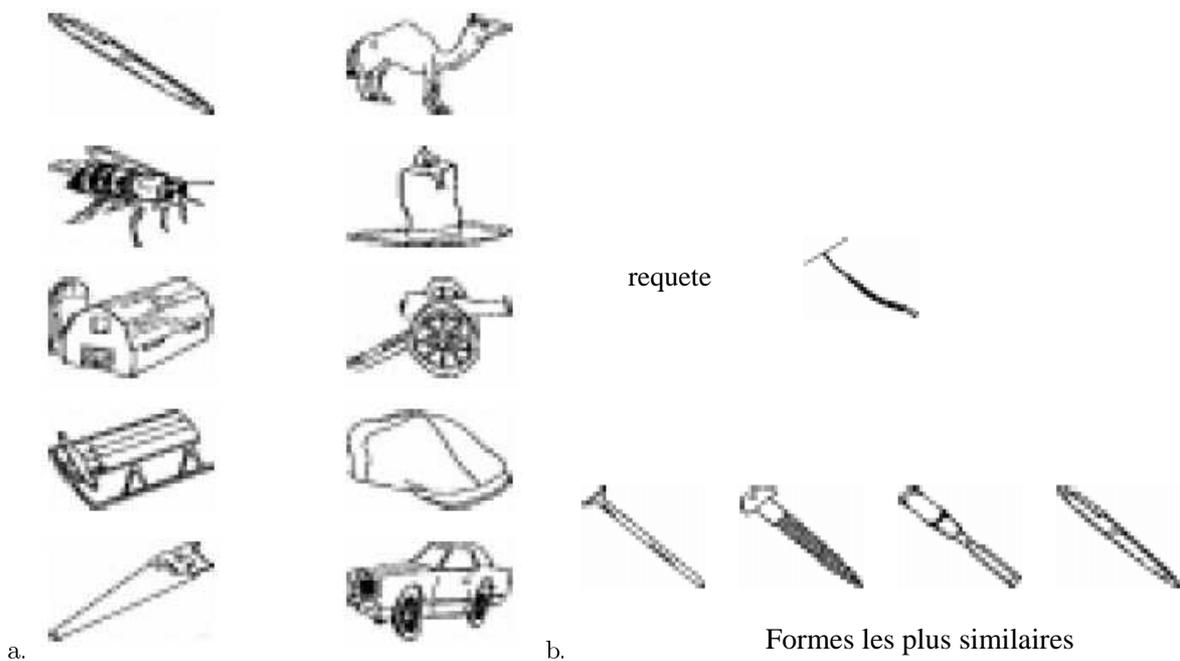


Figure 2: a: Quelques exemples de la base de donnée; (b): un exemple de requete et les formes les plus similaires trouvées dans la base.

1. **Solution aux moindres carrés:** les coefficients a, b, c, d étant définis à un coefficient près, il faut donc fixer l'un des coefficients pour pouvoir résoudre le problème. Si on suppose que $a \neq 0$, on peut donc fixer $a = 1$. Donner l'estimation du plan aux moindres carrés (on laissera l'expression de la solution sous forme matricielle). Quelle est la difficulté de devoir fixer $a = 1$?
2. **Résolution algébrique:** pour éviter d'avoir à calculer la solution aux moindres carrés pour les 4 cas $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$, on souhaite résoudre le problème en minimisant $C = \sum (ax_i + by_i + cz_i + d_i)^2$ sous la contrainte $\|V\|^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$.
Quelle est l'intérêt de cette formulation? Comment calculer le vecteur solution (a, b, c, d) à partir de l'ensemble des données P_i ?
3. **Prise en compte d'erreurs**
On suppose maintenant que certains points P_i sont entachés d'une forte erreur. Quelle est le comportement d'une estimation de type moindres carrés dans ce cas? Décrire une technique de votre choix permettant d'éviter l'influence de ces points erronés dans l'estimation.
4. **Détection multiple**
On suppose maintenant que les données concernent plusieurs plans et non plus un seul. Comment déterminer les équations de l'ensemble des plans présents?

3 Descripteur de forme et reconnaissance

Dans cet exercice, on considère une base de données de grande taille contenant des formes. On s'intéresse au problème de trouver dans cette base les formes les plus similaires à une forme requête. La figure Fig. 2.a montre quelques exemples contenus dans la base, la figure Fig. 2.b montre une forme requête et les formes les plus similaires trouvées dans la base. Les formes de la base sont représentées par une liste des points les constituant.

Pour décrire ces formes de manière compacte, on choisit d'utiliser un descripteur *par la tangente* (Fig. 3): à chaque point de la forme est associé l'angle $\phi \in [0, \pi]$ entre la tangente au contour et le rayon de vecteur issu du centre de gravité de la forme. On utilise comme descripteur du contour l'histogramme des valeurs de ϕ lorsqu'on parcourt le contour. Chaque baquet i ($1 \leq i \leq N$) de l'histogramme contient le nombre de points pour lesquels l'angle Φ est compris entre $\pi * (i - 1)/N$ et $\pi * (i)/N$, N étant le nombre de baquets de l'histogramme.

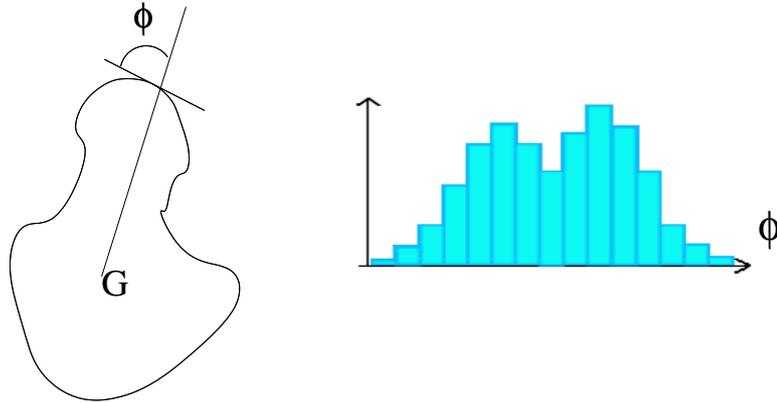


Figure 3: Descripteur de forme par la tangente: on construit l'histogramme des angle Φ pour l'ensemble des rayons de vecteurs issus du centre de gravité.

1. Etude de la pertinence du descripteur:
 - Dessiner plusieurs formes ayant le même descripteur mais n'étant pas identiques
 - Ce descripteur par la tangente est il invariant aux translations? aux rotations? aux changements d'échelle? aux transformations affines?
 - Quelle est l'incidence du choix de N sur le processus de reconnaissance?
2. Comment calculer la distance entre deux descripteurs, c'est à dire deux histogrammes?
3. On appelle occultation d'un objet le fait qu'une partie de l'objet soit cachée ce qui arrive souvent lorsqu'on essaie de reconnaître un objet dans une scène réelle. Comment modifier la distance entre descripteurs de façon à la rendre robuste à des occultations partielles? Vous spécifiez à quelle type d'occultation votre distance est robuste.
4. En phase de reconnaissance, en raison de la taille de la base de données, il est impossible de calculer toutes les distance de la forme requête à tous les éléments de la base de données. Proposer une méthode pour accélérer cette phase d'identification des formes les plus similaires à la forme requête.
5. L'étape précédente fournit seulement une liste de formes candidates. Comment extraire parmi ces formes celles qui sont effectivement semblables à la forme requête?